

SOBRE ALGUNAS HIPERSUPERFICIES EN VARIEDADES TÓRICAS

Luca Ugaglia

Università degli studi di Palermo

Abstract. Sea $N \cong \mathbb{Z}^n$ un retículo y $\Delta \subseteq N \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ un politopo de Fano liso; es decir, 0 es el único punto interior entero de Δ , y en cada cara de Δ los vértices forman parte de una base de N . Si consideramos, para cada cara de Δ , el cono con vértice en 0, obtenemos un abanico Σ_{Δ} , y por lo tanto una variedad tórica que denotamos por $\mathbb{P}_{\Delta}$.

Además, si ponemos $M = \text{Hom}(N, \mathbb{Z})$, podemos asociar de manera natural un sistema lineal de hipersuperficies de $\mathbb{P}_{\Delta}$, considerando los puntos enteros del politopo

$$\Delta^{\circ} = \{u \in M \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R} : \langle x, u \rangle \geq -1 \ \forall x \in \Delta\},$$

es decir, el *polar* de Δ . Este sistema lineal se llama *sistema anticanónico*, y sus secciones definen las hipersuperficies anticanónicas de $\mathbb{P}_{\Delta}$.

Nuestro objetivo es estudiar el *anillo de Cox* $\mathcal{R}(X)$ de una hipersuperficie anticanónica general $X \subseteq \mathbb{P}_{\Delta}$, y en particular buscar condiciones sobre Δ que garanticen que $\mathcal{R}(X)$ sea finitamente generado (o, alternativamente, que no lo sea).

Para ello utilizamos las *colecciones primitivas* de vértices de Δ , definidas como sigue: $\mathcal{P} = \{v_1, \dots, v_k\}$ es una colección primitiva si no existe ninguna cara de Δ que contenga a todos los v_i , pero para cada subconjunto propio de $\mathcal{P}$ existe una cara que lo contiene.

Los resultados forman parte de un trabajo en curso, realizado en colaboración con Michela Artebani y Antonio Laface.